

# BETONSZILÁRDSÁG

## Nyomószilárdság vizsgálat roncsolásos módszerrel

A nyomás a szilárdságtan egyszerű igénybevételeinek egyike. A nyomás okozta törőfeszültséget nyomószilárdságnak nevezzük.

Az anyag nyomási törőfeszültségét nyomószilárdság vizsgálattal határozzuk meg, ennek eredménye annál jobb közelítést adja az elméleti törőfeszültségnek, mennél pontosabb a nyomószilárdság vizsgálat végrehajtása.

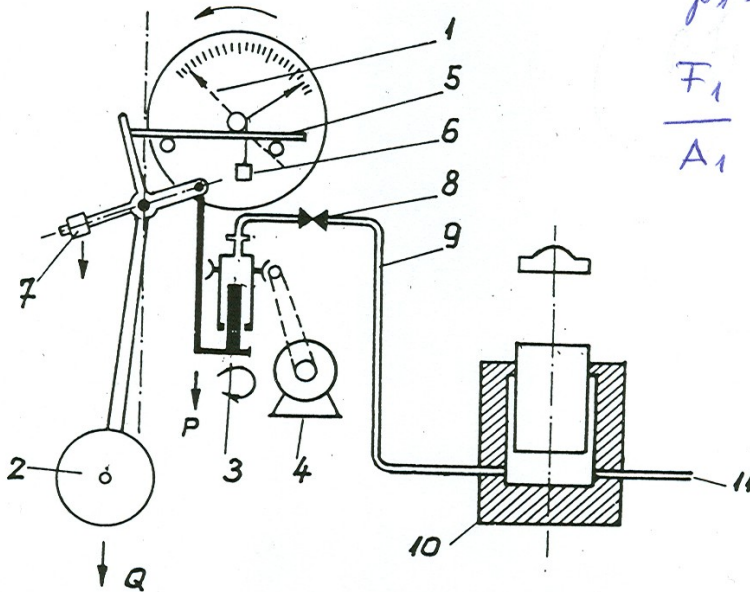
A beton nyomószilárdsága vizsgálatának pontosságát, illetve a vizsgálat eredményének megbízhatóságát befolyásoló főbb tényezők a következők (*Palotás – Balázs: Mérnöki szerkezetek anyagtana. 3. kötet. 1980*):

- a próbatest mérete, alakja és víztartalma;
- a beton legnagyobb szemnagysága;
- a próbatest utókezelésének módja;
- a nyomószilárdság vizsgáló berendezés rendszere és pontossága;
- a próbatest elhelyezkedése a szilárdság vizsgáló gépben;
- a terhelő erő növekedésének sebessége;
- a próbatest nyomott felülete és a vizsgálóberendezés csiszolt nyomólapjai, amelyek egyike a gömbcsukló része, illetve azoknak megfelelő minőségű, a nyomólapok kímélése érdekében alkalmazott alátétlemezek közötti tapadási súrlódás;
- a gömbcsukló kialakítása;
- a beton kora.

A 45. ábrán egy hidraulikus préshez (nyomógéphez) csatolt ingás dinamométer vázlatát mutatjuk be. Az ábra a dinamométert a számlap mögül nézve ábrázolja (előlről nézve a mutató az erő növekedésekor az óramutatóval egyirányban mozog).

A dinamométer 3-jelű meghajtó hidraulikájának hengerét (surlódáscsökkentés érdekében) a 4-jelű motor forgatja. Az 1-jelű mutató tengelyére felékelt fogaskereket és az 5-jelű fogaslécet a 6-jelű zsinóron függő - súly feszíti holtjátékmentesen csatlakozás céljából. Az ingát a 7-jelű ellensúllyal lehet kiegyensúlyozni (nullázás). A csillapítást a 8-jelű tökéletlenül záró visszacsapószelep biztosítja.

A munkahenger nyomását a 9-jelű vezeték közvetíti. A 10-jelű munkahengerben a mozgó dugattyút nullázáskor olajnyomással megemeljük. A szivattyú és a munkahenger közti vezeték jele: 11.



$$p_1 = p_2 \quad \text{nyomás}$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\text{azaz}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$F = \text{erő}$$

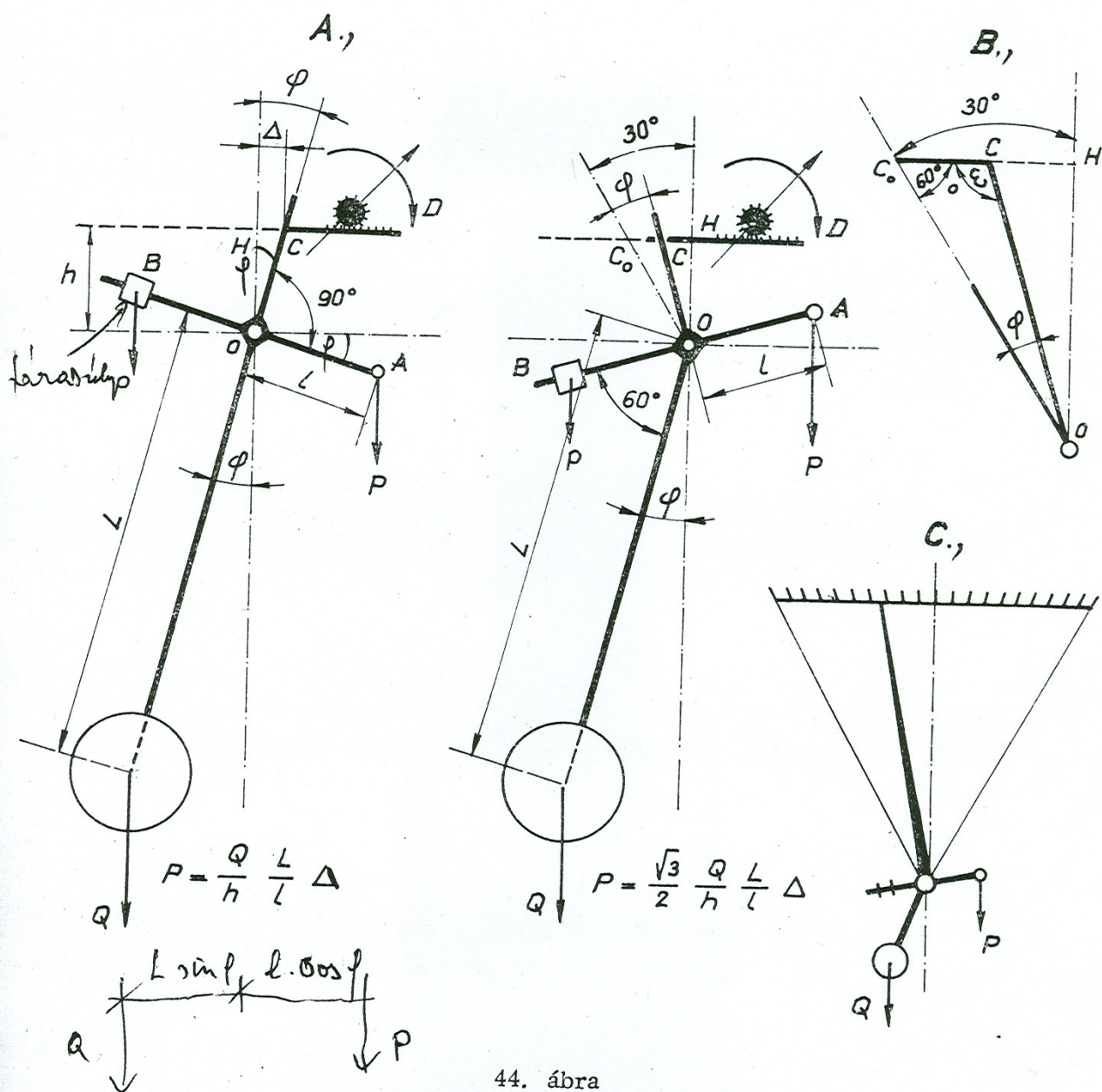
$$A = \text{felület}$$

45. ábra

Hidraulikus prés ingás dinamométerének vázlata

1 - mutató; 2 - inga; 3 - ingát meghajtó hidraulika; 4 - meghajtó hidraulika hengerét forgató motor; 5 - fogasléc; 6 - mutató fogaskerék feszítő súlyocska; 7 - nullázó ellensúly; 8 - visszacsapószelep; 9 - olajvezeték; 10 - munkahenger; 11 - olajvezeték

Forrás: Weiss György: „Építőipari laboratóriumi mérés technika és műszerismeret. II. kötet. ÉTK Budapest, 1974.



44. ábra

Kiegyenlített ingás dinamométerek vázlata

a) 90°-os inga; B) 60°-os inga; C) Dobourdien-féle ingás dinamométer

$$\frac{\Delta}{h} = \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \quad \text{constans}$$

$$P = \frac{QL}{h} \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \left( \frac{QL}{h} \right) \cdot \frac{\Delta}{h}$$

## **Terhelési sebesség**

**Beton nyomószilárdság vizsgálat** esetén az *MSZ 4719:1982* visszavont szabvány szerint a terhelő (nyomó) erőt úgy kell fokozni, hogy a nyomófeszültség

$0,5 \pm 0,1 \text{ N/mm}^2/\text{sec}$  sebességgel növekedjék.

Így például egy  $30 \text{ N/mm}^2$  nyomószilárdságú  $150 \text{ mm}$  élhosszúságú próbakockát átlagban  $30/0,5 = 60 \text{ sec} = 1 \text{ perc}$  alatt kell eltörni, amikor is a terhelőerő növekedés sebessége:

$$30 \times 150 \times 150 / 60 = 11,25 \text{ kN/sec}$$

**Kísérleti tapasztalat**, hogy a törési sebesség növelése (például lökésszerű) mintegy 10-50 %-kal fokozza a nyomófeszültséget és a nyomószilárdságot, míg a fellépő alakváltozások kisebbek lesznek (Palotás László: Mérnöki szerkezetek anyagtana, 1. kötet. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1979. 394. oldal).

Ugyanakkor az is megfigyelhető, hogy lökésszerű igénybevétel esetén az anyag kisebb törőerő mellett megy tönkre, de az anyagban a feszültség eloszlás nem egyenletes, helyi feszültségcsúcsok lépnek fel. A dinamikus teher okozta legnagyobb feszültség, a törőszilárdság maga nagyobb, mint a statikus érték, de nem ezt mérjük, ez egy helyi feszültség következménye.



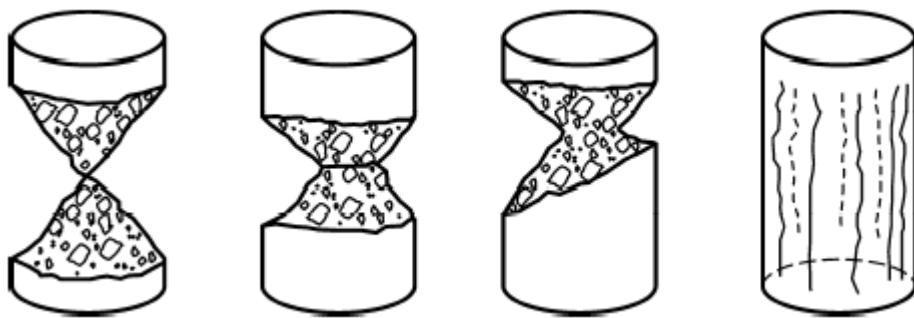
Próbakocka megfelelő,  
szabályos, szimmetrikus  
törésképpel



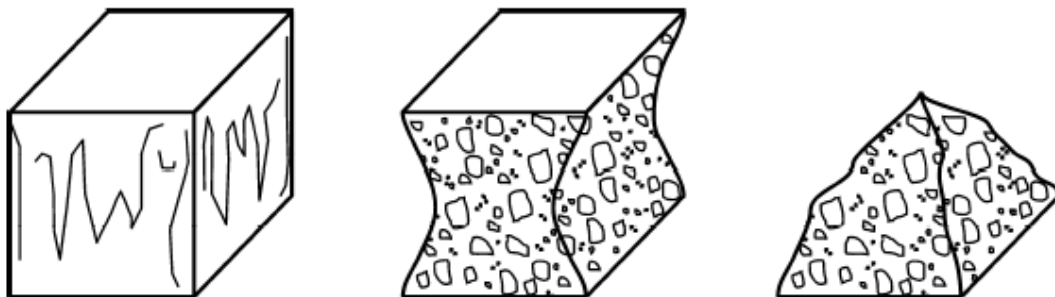
Próbakocka nem  
megfelelő, szabálytalan,  
aszimmetrikus törésképpel



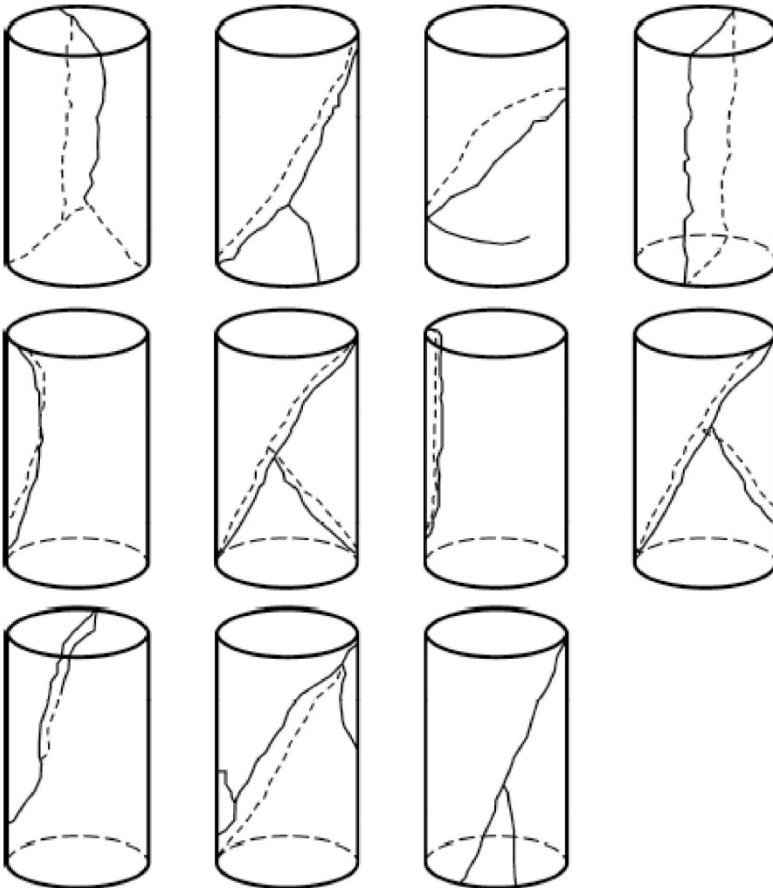
Próbahengerek megfelelő törésképe (MSZ EN 12390-3:2009, *Iken – Lackner – Zimmer – Wöhl – Breit*: „Handbuch der Betonprüfung. Verlag Bau+Technik. Düsseldorf, 2012)



Próbakockák megfelelő törésképe. Megjegyzés: Mind a négy szabad felület közel egyformán törik, a nyomólappal érintkező felületek általában alig sérülnek. A harmadik próbakocka „szétrobbant, összeroppant” (MSZ EN 12390-3:2009 *Iken – Lackner – Zimmer – Wöhl – Breit*: „Handbuch der Betonprüfung. Verlag Bau+Technik. Düsseldorf, 2012).

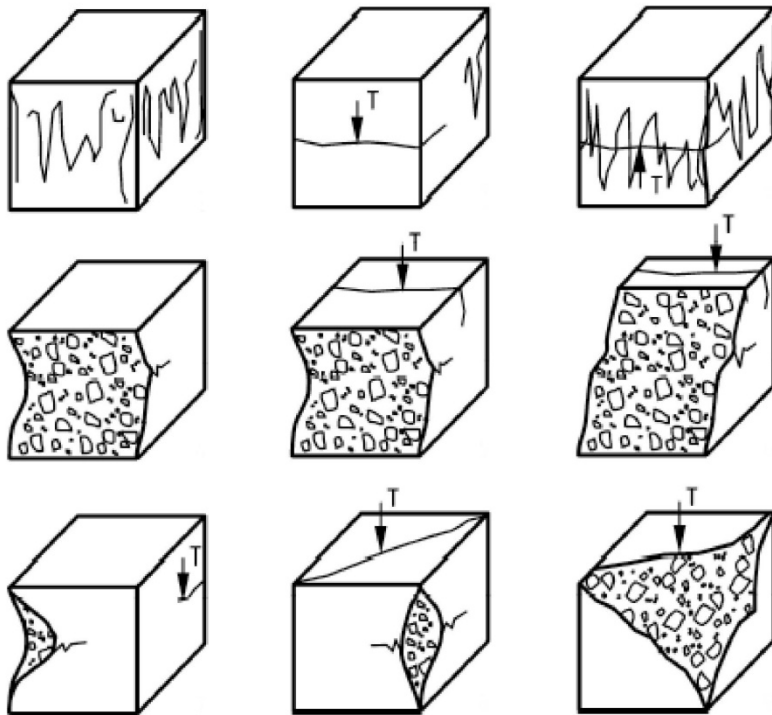


Próbahengerek nem megfelelő törésképe (MSZ EN 12390-3:2009, *Iken – Lackner – Zimmer – Wöhl – Breit*: „Handbuch der Betonprüfung. Verlag Bau+Technik. Düsseldorf, 2012)



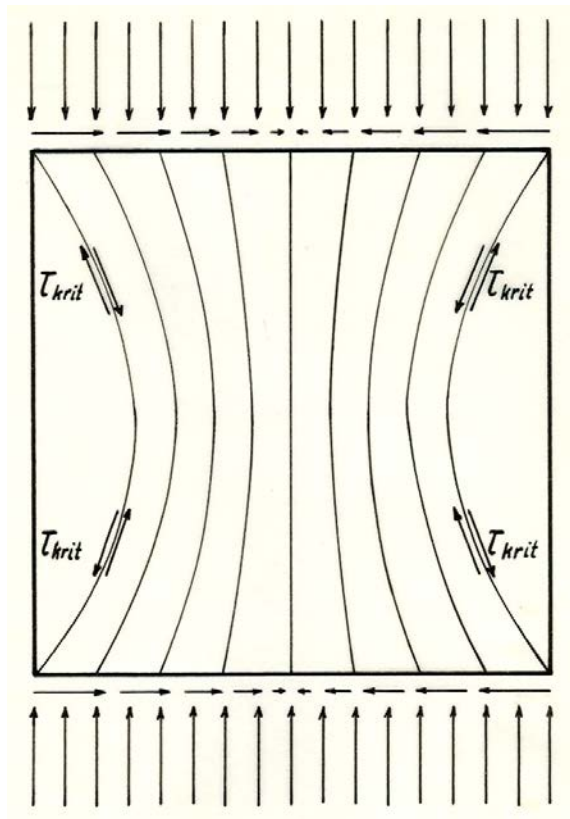
Próbakockák nem megfelelő törésképe.

Megjegyzés: T = Repedés húzásra (MSZ EN 12390-3:2009, *Iken – Lackner – Zimmer – Wöhl – Breit*: „Handbuch der Betonprüfung. Verlag Bau+Technik. Düsseldorf, 2012)

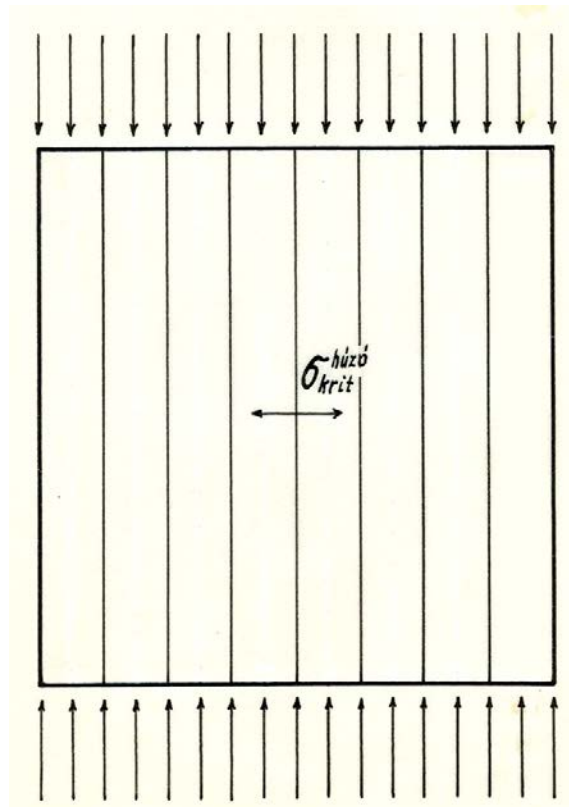




## Csúszótörés



## Szakadótörés



(Palotás – Balázs: Mérnöki szerkezetek anyagtana. 3. kötet. Akadémiai Kiadó. Budapest, 1980.)

Sablonban készített, 28 napos korú, végig víz alatt tárolt, Ø150×300 mm méretű, különböző módon előkészített nyomott felületű próbahengerek nyomószilárdsága

Nyomott felület kialakítása	Felső lap cement-habarccsal simított, alsó lap natúr	Felső lap csiszolt, alsó lap natúr	Mind a két lap csiszolt
Végig víz alatt tárolt, 28 napos korú Ø150×300 mm méretű próbahengerek	Töréskor nem robbantak	Töréskor robbantak	Töréskor robbantak
Átlagos nyomószilárdság, N/mm <sup>2</sup>	42,8	51,4	52,7
Nyomószilárdság, %	100,0	120,0	123,1
Szórás, N/mm <sup>2</sup>	1,68	0,67	1,64
Szórás a terjedelemből számítva, N/mm <sup>2</sup>	1,95	0,71	1,89
Mértékadó szórás, N/mm <sup>2</sup>	3,00	3,00	3,00
Student-tényező, $n = 3$	2,92	2,92	2,92
Jellemző érték, N/mm <sup>2</sup>	34,06	42,63	43,94
Nyomószilárdsági osztály	C30/37	C40/50	C40/50

Sablonban készített, 28 napos korú, végig víz alatt tárolt, Ø150×300 mm méretű, cementhabarccsal simított és csiszolt felső nyomott felületű nyomószilárdság vizsgálati próbahengerek



Sablonban készített, 28 napos korú, végig víz alatt tárolt, Ø150×300 mm méretű, natúr és csiszolt alsó nyomott felületű nyomószilárdság vizsgálati próbahengerek



**A meg nem felelő méretű vagy alakú próbatestek csiszolással történő kiigazítása nem megengedett, mert a korrekciós tényezőnek jelenleg nincs közmegegyezéssel elfogadott értéke.**

**Ha a vizsgálati módszert megváltoztatjuk (például a nyomószilárdság vizsgálati próbatestek nyomott felületének csiszolásával), akkor a mért tulajdonság követelmény-értéke (nyomószilárdsági osztály) érvényét veszti!**



Próbahengerek mind a két nyomott felületének **kénhabarcsos** sapkázása az ASTM C 39 szabvány szerint

Forrás: <https://www.youtube.com/watch?v=PqTzsN4nz-4> (Fiusac: Ensayo a compresión de probetas normalizadas de concreto según norma ASTM-C-39)





## **Kénpor a kénhabarcs készítéséhez**

Forrás: [https://www.youtube.com/watch?v=DNnv0Pee\\_Yg](https://www.youtube.com/watch?v=DNnv0Pee_Yg)

(Matt O'Reilly: „Preparing and testing 4x8 cylinders to determine compressive strength”



**Alul és felül kénhabarcs sapkával ellátott próbahenger** nyomószilárdság vizsgálat előtt Forrás: Egyezik a fenti kép forrásával



# Próbahengerek nyomott felületének neoprén betétes elastomer-papucsozása az ASTM C 1231 szabvány szerint



Forrás: <https://www.youtube.com/watch?v=Wz5zJjQuFkM> (Hernán Alvarado: „Uso de almodillas de neopreno para refrendado de probetas de concreto - ASTM C1231”)





# Kénhabarcs por, illetve „lemezke” és neopren reklámok

Forrás: <https://www.globalgilson.com/compressive-strength-testing-sulfur-capping-or-neoprene-pads>

SULFUR CAPPING	VS.	NEOPRENE PADS
		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Initial equipment investment required but once all items are purchased you only have to buy capping compound</li><li>• Accurate and widely recognized capping method</li><li>• Requires attention to safety practices for handling and ventilation</li><li>• Can be used for a wide range of compressive strength testing from 1,500 to 16,000psi (10 to 110MPa)</li><li>• Requires a curing period of 2 to 16 hours before testing</li><li>• Allows for consistent results showing distinct fracture patterns</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Cost-effective option with pads that can be re-used up to 100 times</li><li>• Test can be conducted right away with minimal preparation. No curing time is required</li><li>• Retaining rings and pads must be positioned on each cylinder when testing. Handling during testing is somewhat slower</li><li>• Safety requirements for preparation and handling are less restrictive</li><li>• When the concrete cylinder breaks, energy stored in the pads is released suddenly. All protective guards must be in place during testing</li><li>• Fracture patterns on the specimens may be less clear when pads are used</li></ul>

## Szürke kénhabarcs-lemezkék

Pontos és széles körben elfogadott sapkázási módszer.

Használata során a biztonsági és szellőztetési utasítások betartandók.

A kénhabarcs sapkázás 10-110 MPa nyomószilárdság között alkalmazható.

A vizsgálat előtti keményedési idő 2-16 óra.

Alkalmazásával megbízható vizsgálati eredményeket lehet elérni.

## Neoprén-betét

A neoprén-betét százszor használható.

Kevés előkészítéssel alkalmazható, kikeményedési időre nincs szükség.

Minden esetben papucsot kell alkalmazni, a vizsgálat valamivel lassabban végezhető el.

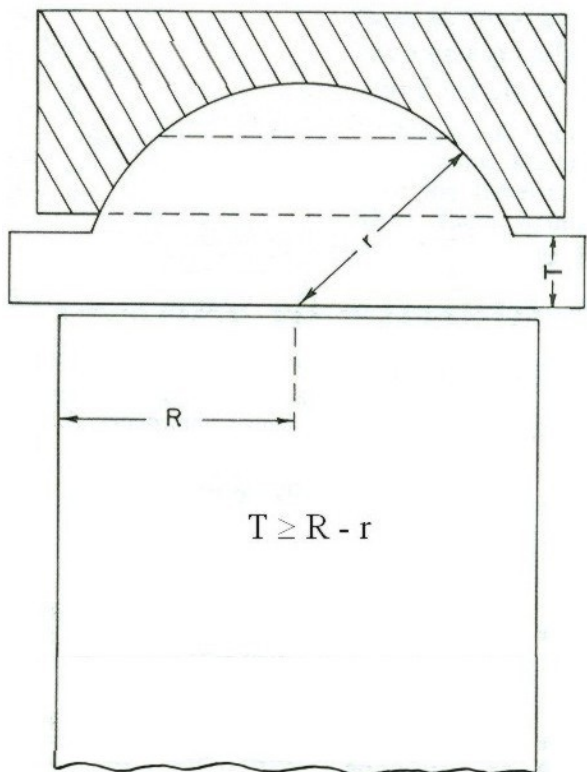
Töréskor a biztonsági előírás betartandó.

A vizsgálati eredmények neoprén-betét alkalmazása esetén kevésbé megbízhatóak.

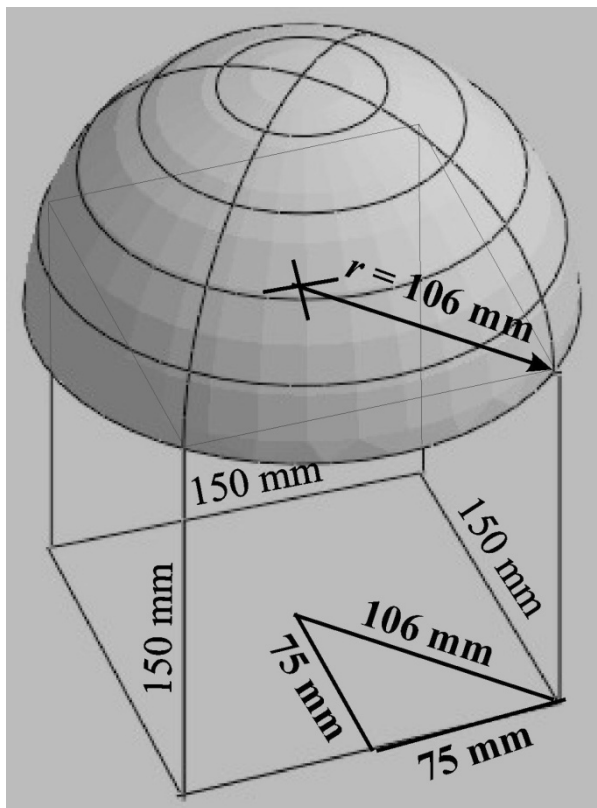
Forrás: <http://www.matest.com/en/Products/concrete/CONCRETE-SPECIMENS-PREPARATION/cylinder-capping-equipment-sulphur-method/c290-06-capping-compound-225-kg>



ASTM C 39:1972 szabvány szerinti gömbcsukló szerkesztése a próbahenger nyomószilárdságának vizsgálatához

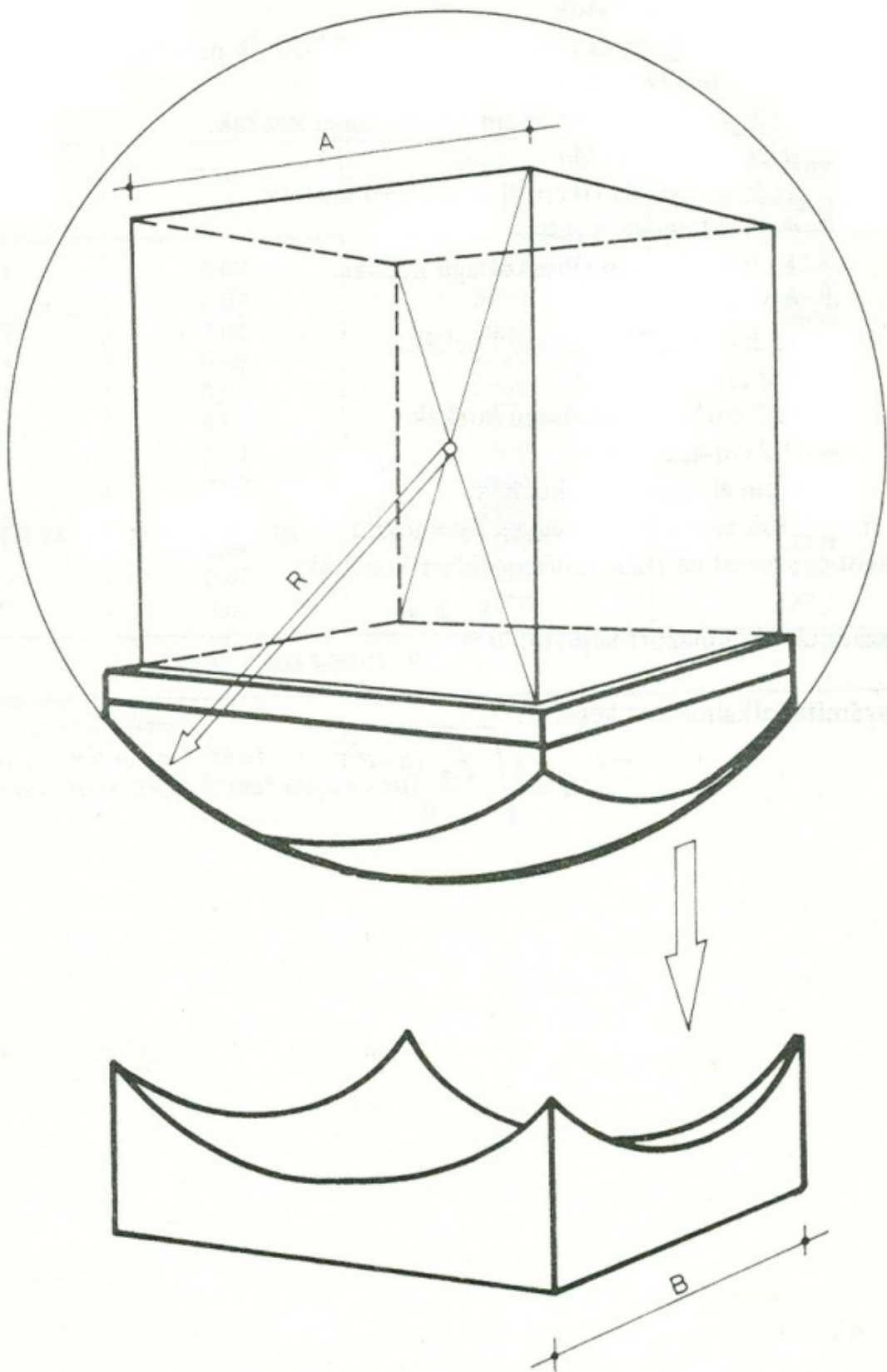


RILEM ajánlás gömbcsukló szerkesztésére a próbakocka nyomószilárdságának vizsgálatához

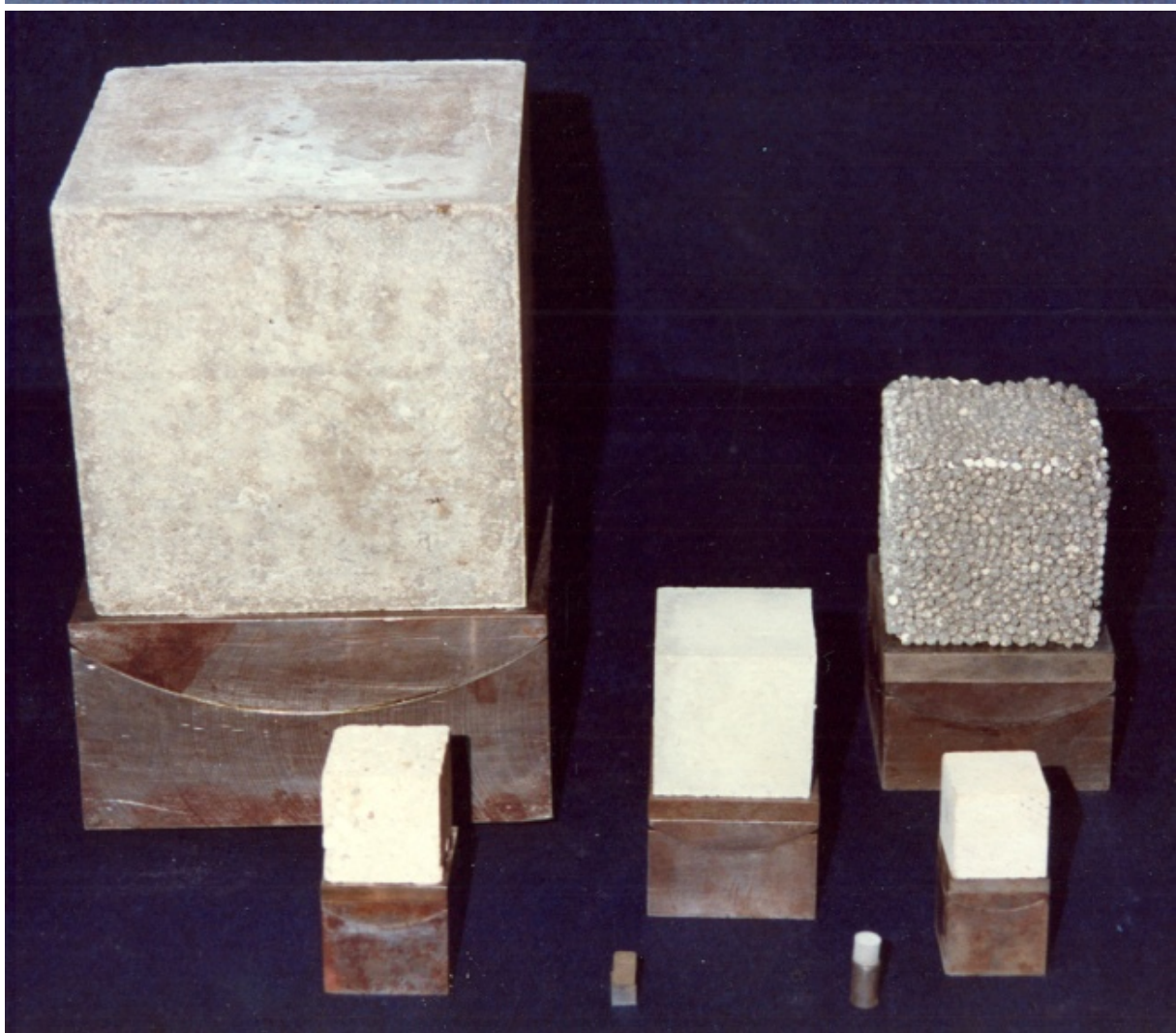




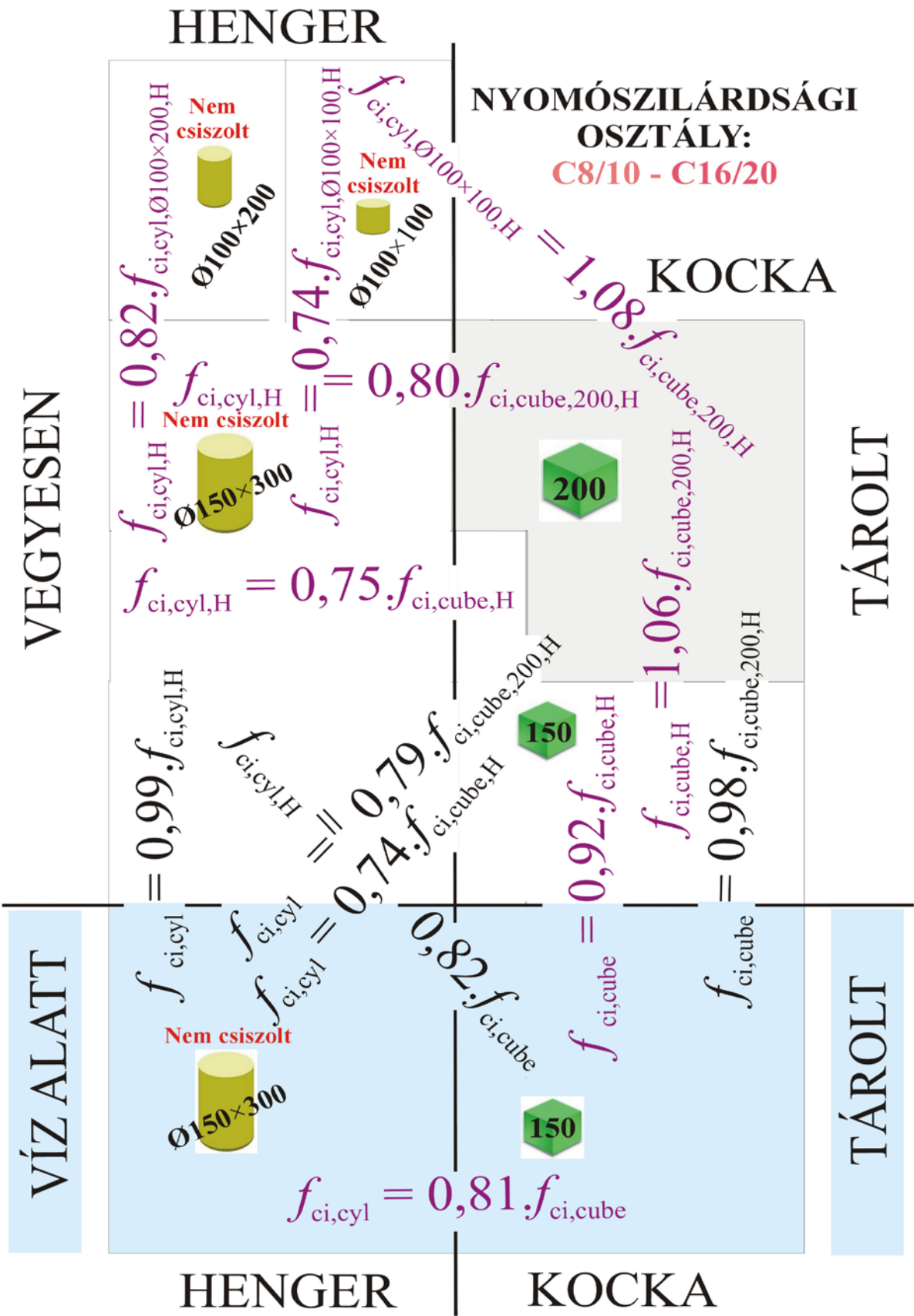
*Dombi József gömbcsukló rajza*



Dombi József gömbcsukló sorozatának fényképei  
(1979)

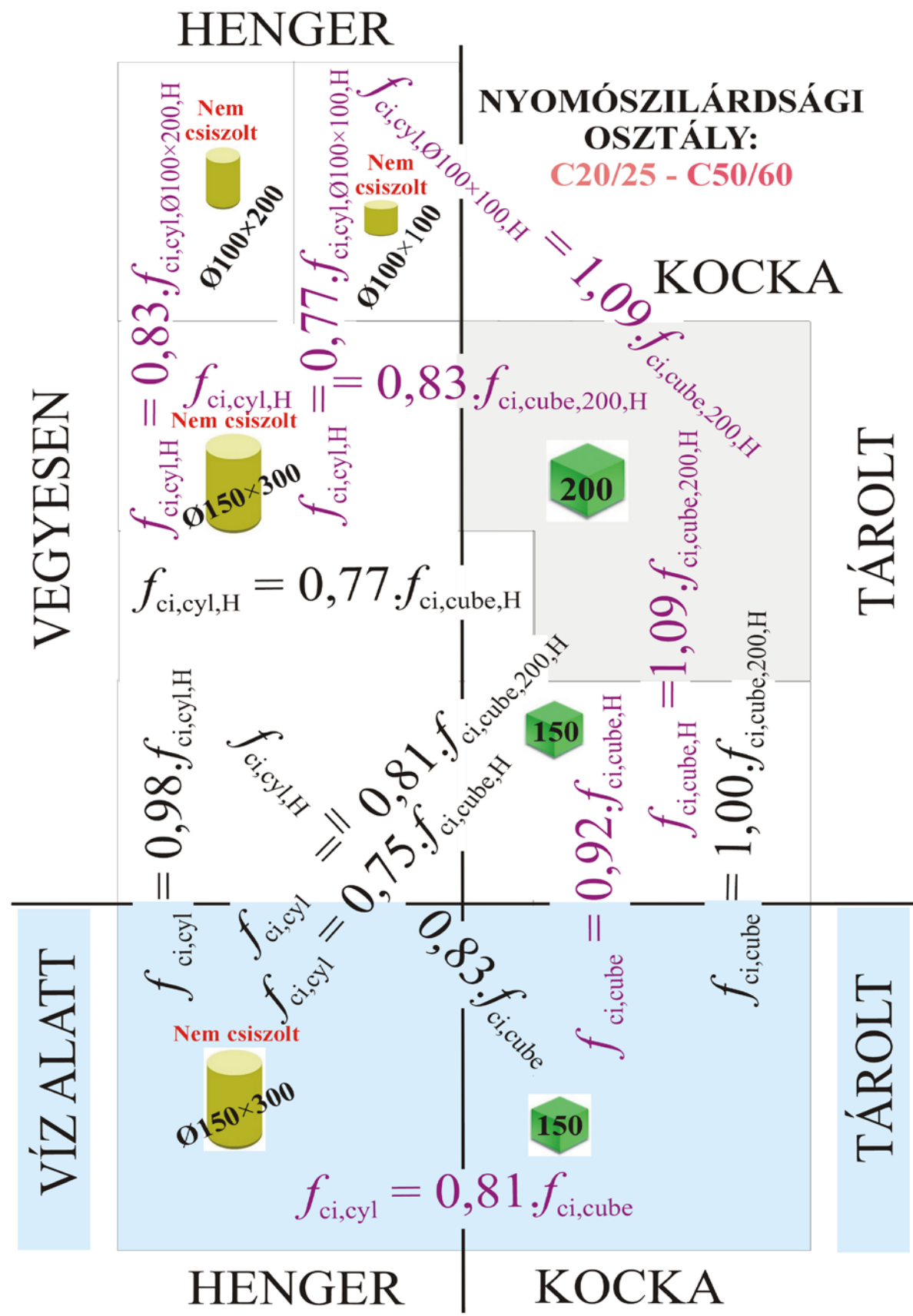


Közelítő összefüggések különböző alakú és méretű, víz alatt vagy vegyesen tárolt próbatesteken meghatározott egyes, illetve átlagos beton nyomószilárdságok között, ha a nyomószilárdsági osztály C8/10 – C16/20



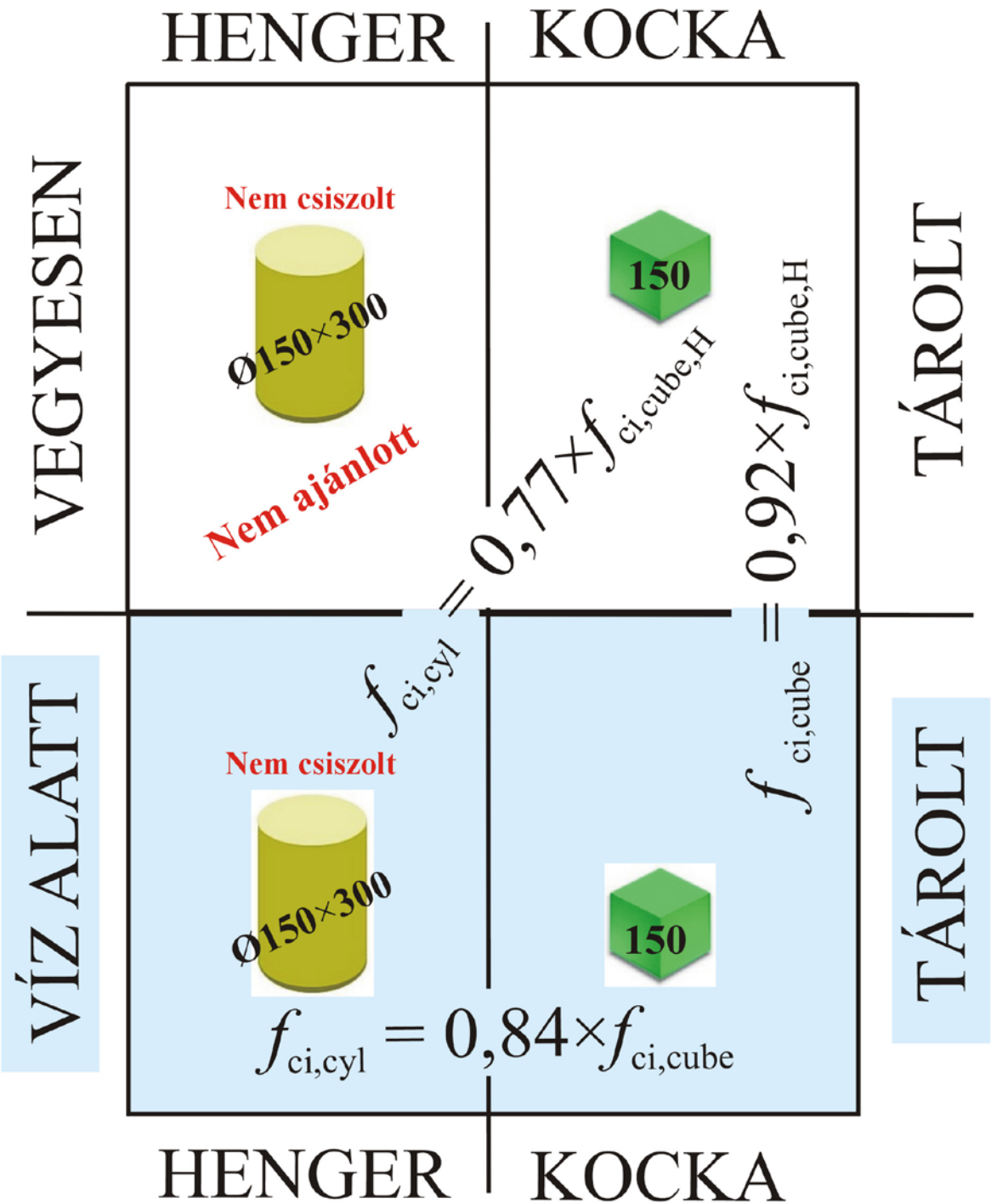


Közelítő összefüggések különböző alakú és méretű, víz alatt vagy vegyesen tárolt próbatesteken meghatározott egyes, illetve átlagos beton nyomószilárdságok között, ha a nyomószilárdsági osztály C20/25 – C50/60



Közelítő összefüggések különböző alakú és méretű, víz alatt vagy vegyesen tárolt próbatesteken meghatározott egyes, illetve átlagos beton nyomószilárdságok között, ha a nyomószilárdsági osztály C55/67 – C100/115

**NYOMÓSZILÁRDSÁGI OSZTÁLY:**  
**C55/67 - C100/115**



A fenti három ábra összefüggései csak az egyes vagy az átlagos nyomószilárdságokra érvényesek, a jellemző (karakterisztikus) értékekre és a nyomószilárdsági osztályokra nem értelmezhetők!!!



Nyomó- szilárdsági osztály	Nyomószilárdság előírt karakterisztikus (jellemző) értéke a szilárdságvizsgálatig víz alatt tárolt Ø150×300 mm méretű próbahengerek esetén. A legkisebb karakterisztikus (jellemző) hengersizilárdság $f_{ck,cyl}$ N/mm <sup>2</sup>	Nyomószilárdság előírt karakterisztikus (jellemző) értéke a szilárdságvizsgálatig víz alatt tárolt 150 mm élhosszúságú próbakockák esetén. A legkisebb karakterisztikus (jellemző) kockaszilárdság $f_{ck,cube}$ N/mm <sup>2</sup>
C8/10	8	10
C12/15	12	15
C16/20	16	20
C20/25	20	25
C25/30	25	30
C30/37	30	37
C35/45	35	45
C40/50	40	50
C45/55	45	55
C50/60	50	60
C55/67	55	67
C60/75	60	75
C70/85	70	85
C80/95	80	95
C90/105	90	105
C100/115	100	115

**Vasbetont** csak legalább **C20/25**, **feszített vasbetont** csak legalább **C30/37** nyomószilárdsági osztályú betonból szabad készíteni.  
(MSZ 4798:2016 és MSZ EN 13369:2013)

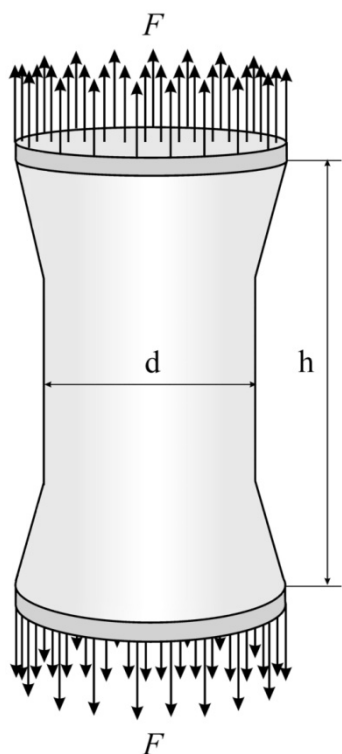


Ha a vasbeton készítésére alkalmas C20/25 nyomószilárdsági osztályú betonból készült 150 mm élhosszúságú, végig víz alatt tárolt, 28 napos korú próbakocka nyomószilárdsága  $33 \text{ N/mm}^2$ , akkor ez a beton próbakocka hány 5 tonna (5000 kg) tömegű afrikai elefántot bír el anélkül, hogy eltörne?

Az 5 tonna tömegű afrikai elefánt súlya  $9,81 \times 5000 = 49050 \text{ N}$ .

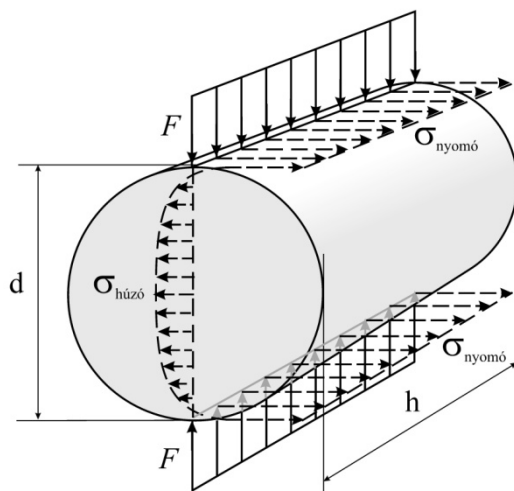
A  $33 \text{ N/mm}^2$  nyomószilárdságú próbakocka  $33 \times 150 \times 150 = 742500 \text{ N}$  terhelőerő hatására törik el.

A  $33 \text{ N/mm}^2$  nyomószilárdságú, 150 mm élhosszúságú próbakocka tehát  $742500/49050 = 15,1$  afrikai elefánt alatt fog eltörni, azaz **15 darab 5 tonnás afrikai elefánt** állhatna rá anélkül, hogy a próbakocka eltörne (*biztonsági tényezővel számolva  $15/1,5 = 10$  elefánt*).



$$f_{cti} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$

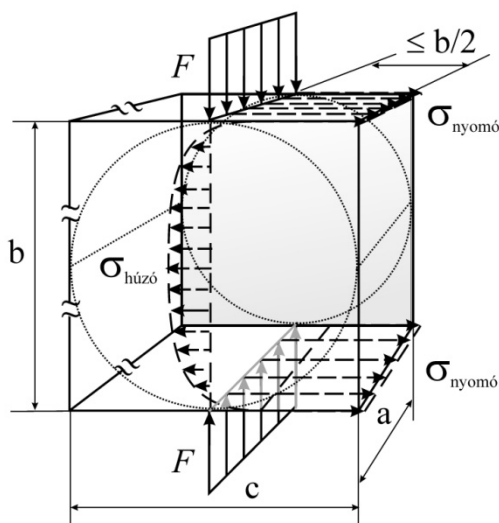
Közvetlen,  
tiszta,  
középpontos  
húzószilárdság  
meghatározása  
próbahengeren



$$f_{ct,spi} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot h} \approx$$

$$\approx \frac{0,64 \cdot F}{d \cdot h}$$

Hasító-  
húzószilárd-  
ság  
meghatáro-  
zása  
próbahenge-  
ren

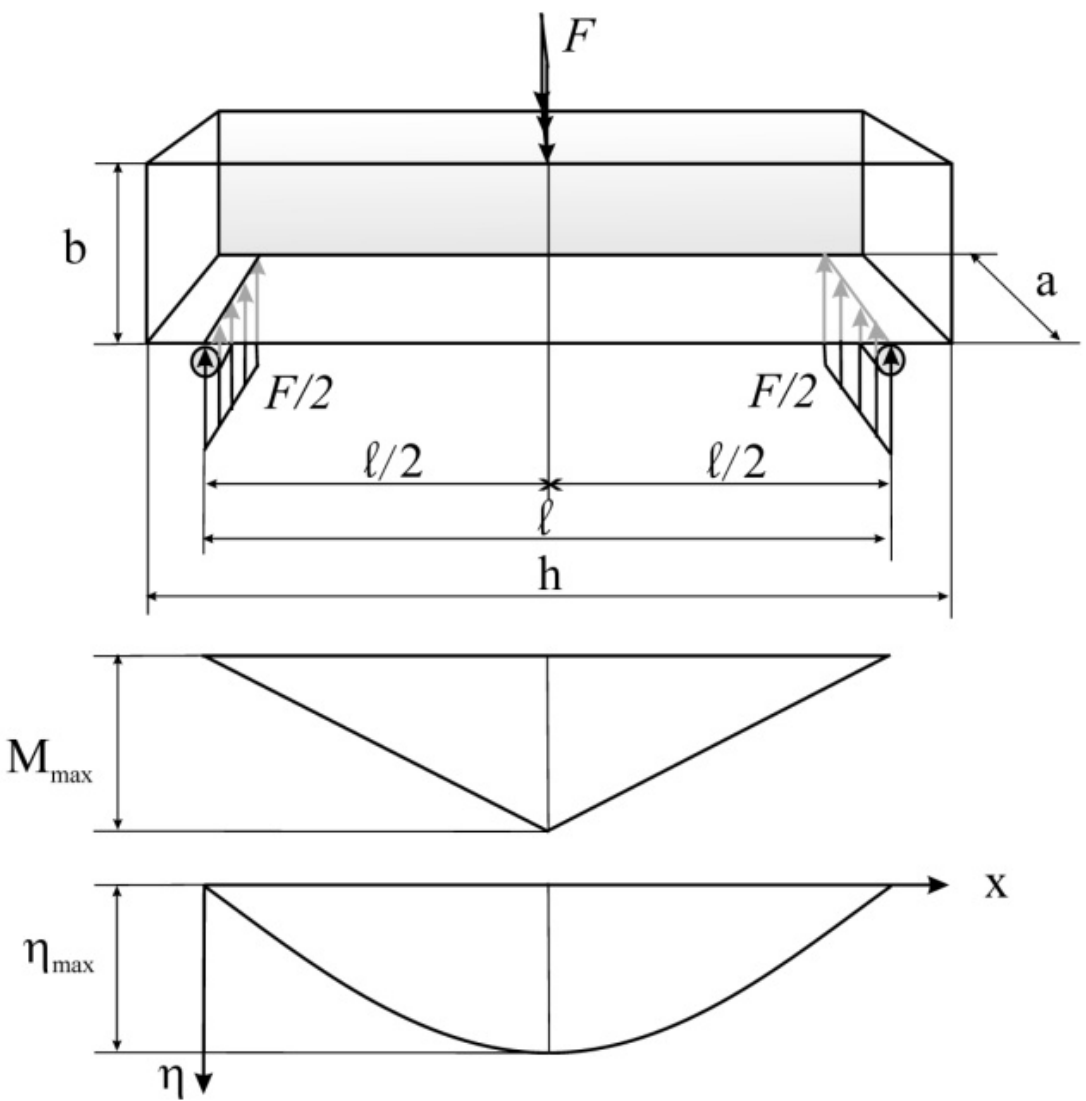


$$f_{ct,spi} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b \cdot a}$$

MSZ 4715-  
4:1972  
szabvány  
3.4.2.  
szakasza és  
*Palotás –  
Balázs*  
(1980.)  
szerint:

$$f_{ct,spi} = \frac{0,58 \cdot F}{a \cdot b}$$

Hasító-  
húzószilárd-  
ság  
meghatáro-  
zása  
próbakockán,  
illetve  
hasábvégén

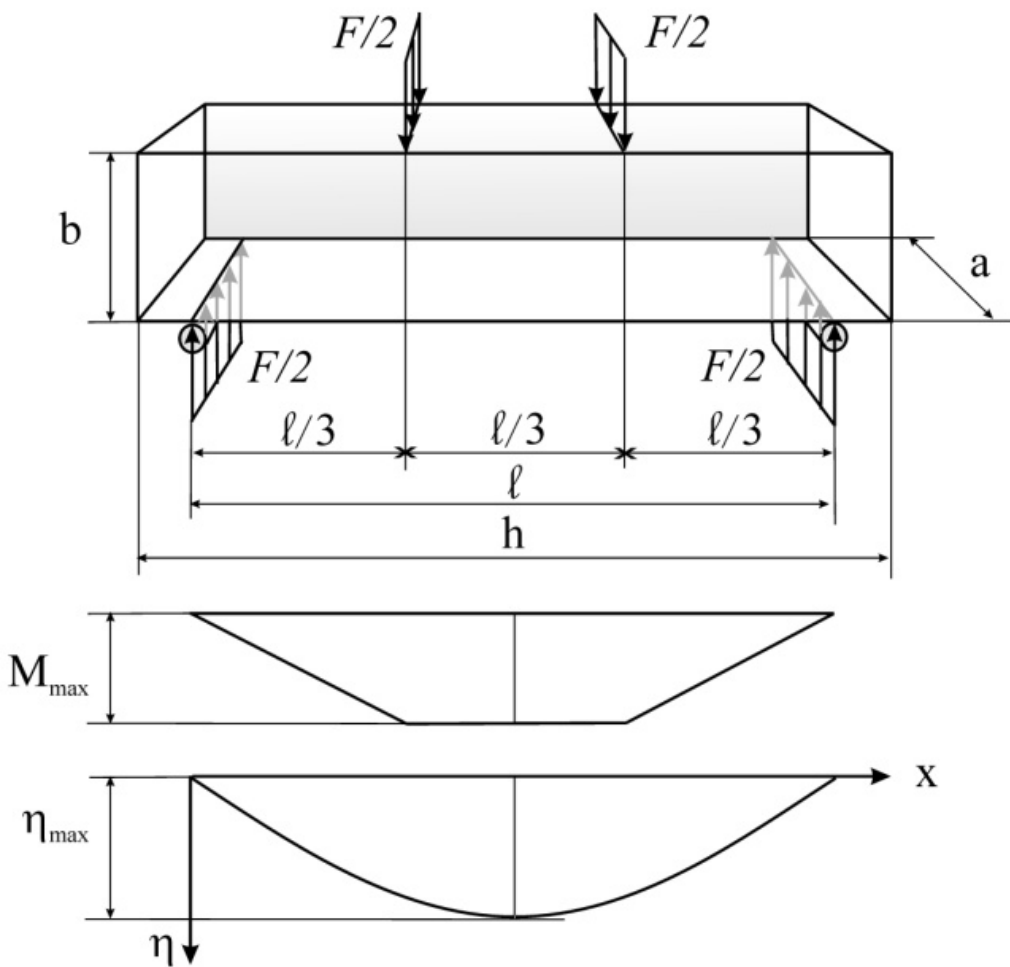


$$f_{cfi} = \frac{M_{\max}}{K} = \frac{F \cdot \ell / 4}{a \cdot b^2 / 6} = 1,5 \cdot \frac{F \cdot \ell}{a \cdot b^2}$$

$$\eta = \frac{F \cdot \ell^3}{48 \cdot E \cdot I} \cdot \left[ 3 \cdot \frac{x}{\ell} - 4 \cdot \left( \frac{x}{\ell} \right)^3 \right] \quad 0 \leq x \leq \ell / 2$$

$$\eta_{\max} = \frac{1}{48} \cdot \frac{F \cdot \ell^3}{E \cdot I}$$

Hajlító-húzószilárdság meghatározása próbagerendán középpontos terheléssel



$$f_{cfi} = \frac{M_{\max}}{K} = \frac{F \cdot l / 6}{a \cdot b^2 / 6} = \frac{F \cdot l}{a \cdot b^2}$$

$$\eta = \frac{F}{324 \cdot E \cdot I} \cdot (18 \cdot l^2 \cdot x - 27 \cdot x^3) \quad 0 \leq x \leq l/3$$

$$\eta = \frac{F}{324 \cdot E \cdot I} \cdot (27 \cdot l^2 \cdot x - 27 \cdot l \cdot x^2 - l^3)$$

$$l/3 \leq x \leq l/2$$

$$\eta_{\max} = \frac{23}{1296} \cdot \frac{F \cdot l^3}{E \cdot I}$$

Hajlító-húzószilárdság meghatározása próbagerendán  
harmad-pontos terheléssel



# **Terhelési sebesség a beton hajlító-húzószilárdságának vizsgálata esetén**

Az *NBN B 15-238* belga szabvány

szerint a terhelő (hajlító) erőt úgy kell szabályozni, hogy az elmozdulás (lehajlás) sebessége  
0,5 mm lehajlásig  $0,07 \pm 0,04$  mm/perc  
0,5 mm lehajlást követően  $0,5 \pm 0,2$  mm/perc tartományba essék.

Így például 3 mm lehajlást

maximum  $0,5/0,03 + 2,5/0,3 = 16,67 + 8,33 = 25$  perc

minimum  $0,5/0,11 + 2,5/0,7 = 4,54 + 3,57 = 8$  perc

átlagban  $0,5/0,07 + 2,5/0,5 = 7,14 + 5,0 = 12,14$  perc

alatt kell elérni.

## Statikai rugalmassági modulus

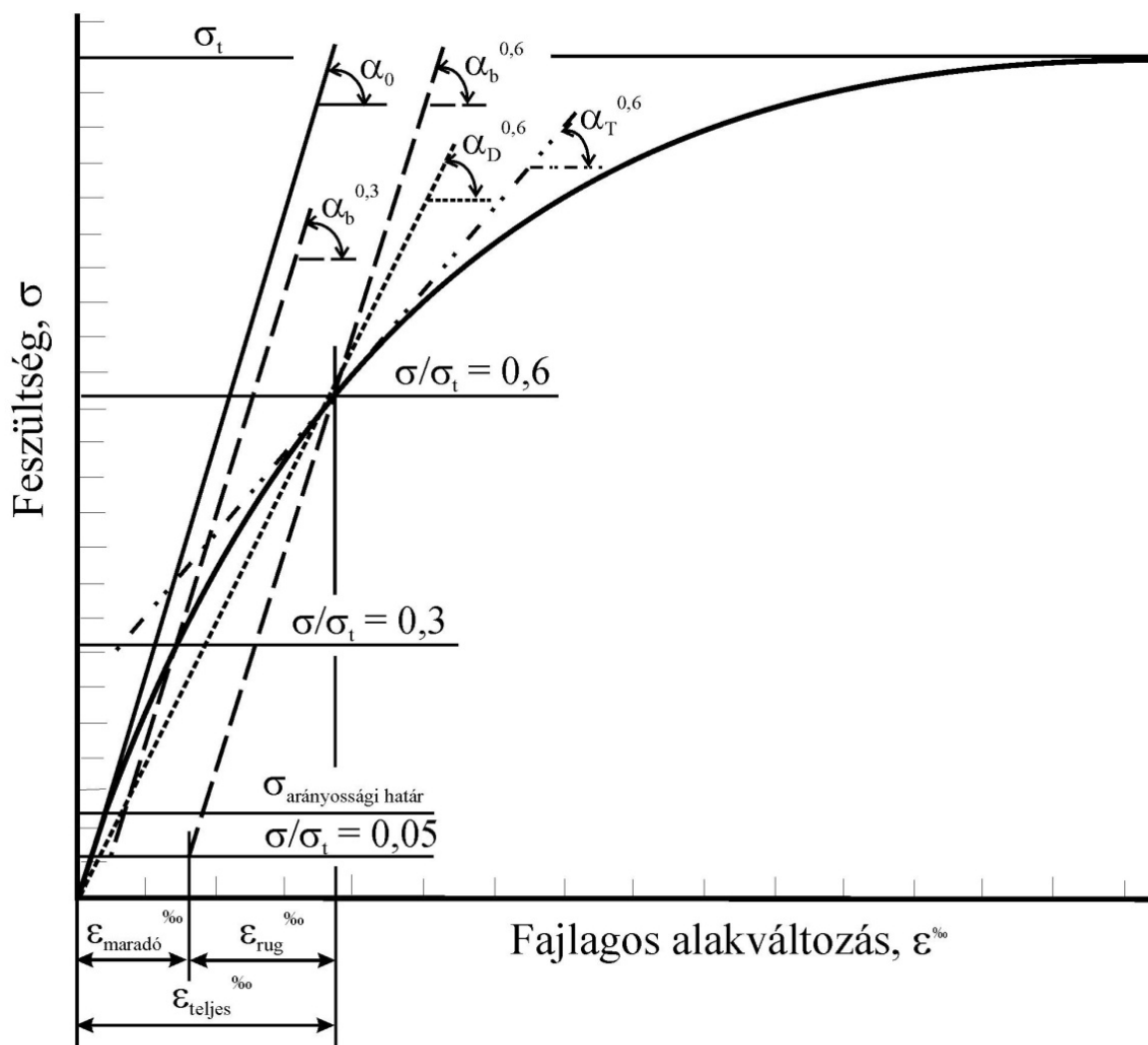
A rövididejű feszültség – alakváltozás viszonya a statikai rugalmassági modulussal írható le, az idő hatásának figyelembevétele nélkül. A statikai rugalmassági modulus értéke az  $\varepsilon$ – $\sigma$  koordináta-rendszerben ábrázolt (fajlagos) alakváltozás–feszültség görbe nevezetes pontjaiban értelmezett iránytangensek változásával változik. Így megkülönböztetjük az arányossági határon belül a **kezdeti** (jele:  $E_0$ ), az arányossági határ felett a **tehermentesítési rugalmassági modulus** (jele:  $E_b$ ), a stabilitás vizsgálatoknál szerephez jutó **érintő-modulust** (jele:  $E_T$ ) és az **alakváltozási modulusnak is nevezett húr-modulust** (jele:  $E_D$ ). Az alakváltozási modulus (húr-modulust) akkor kapjuk, ha a húzó-nyomófeszültséghez az arányossági határon túl nem a rugalmas fajlagos alakváltozást ( $\varepsilon_{\text{rug}}$ ), hanem a teljes fajlagos alakváltozást ( $\varepsilon_{\text{teljes}}$ ) rendeljük:

$$E_{\text{alakváltozási}} = E_D = \sigma / \varepsilon_{\text{teljes}}.$$

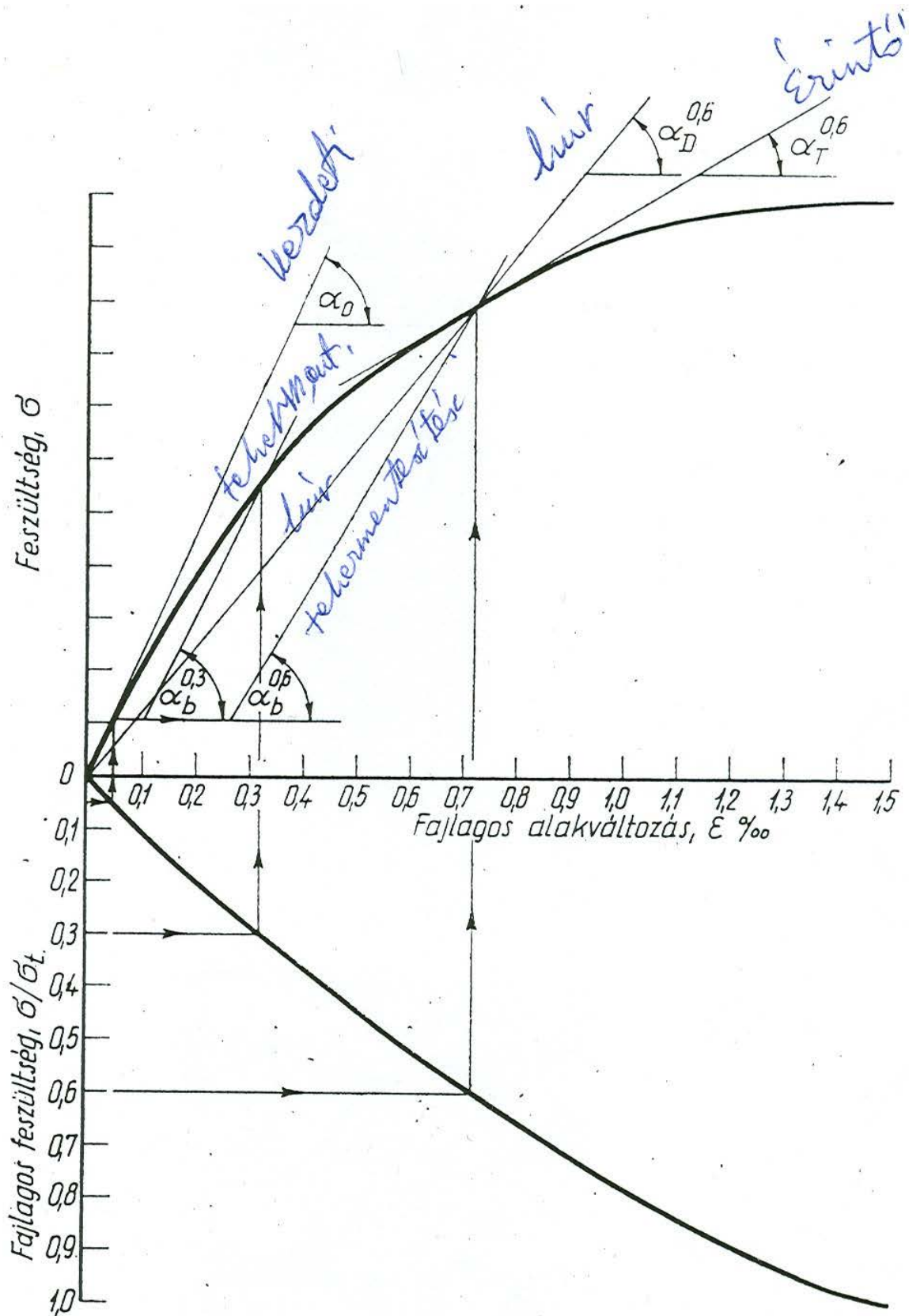
A *kezdeti rugalmassági modulus* ( $E_0$ ) az  $\varepsilon$ – $\sigma$  görbe (a gyakorlatban általában  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbének nevezik, ezért ezt az elnevezést követjük) arányossági határon belüli lineáris szakasza hajlásszögének ( $\alpha_0$ ) iránytangense ( $E_0 = \text{tg} \alpha_0 = \sigma / \varepsilon_{\text{rug}}$ ). E megfogalmazás során elvonatkoztatunk attól, hogy a  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe a lineáris szakasz alatt az abszcissza tengelyhez közel aszimptotikusan illeszkedik.

A kezdeti rugalmassági modulus a beton nyomószilárdságának növekedésével kissé növekszik, miközben a nagyobb nyomószilárdságú beton fajlagos alakváltozása valamelyest kisebb. A nyomószilárdság elérése után a nagyobb szilárdságú beton fajlagos

alakváltozása rohamosabban csökken, mint a kisebb nyomószilárdságú betoné. A beton  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbéjének fel- és leszálló ága a nagyobb nyomószilárdságú beton esetén meredekebb, mint a kisebb nyomószilárdságú beton esetén. A nyomószilárdság közelében a nagyobb nyomószilárdságú beton  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbéje „csúcsosabb”, a kisebb nyomószilárdságú beton  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbéje „laposabb” (*P. Grübl – H. Weigler – S. Karl: „Beton. Arten, Herstellung und Eigenschaften” Ernst & Sohn. Berlin, 2001., R. Springenschmid: „Betontechnologie für die Praxis” Bauwerk Verlag, Berlin 2007.*).



A beton statikai rugalmassági modulusainak értelmezése



7. ábra. Rugalmassági modulusok értelmezése



A betonok és kőanyagok  $\sigma$ - $\epsilon$  feszültség-alakváltozás görbéjét az MSZ 4715/6-72 illetve az MSZ 18285/1-1989 szabványokban rögzített mérési elvek szerint szokás felvenni. A korábban manuálisan szabályozott mérés végrehajtásához ma már rendelkezésre áll olyan számítógépes program, amellyel a régi, 20-30 éves nyomószilárdság vizsgáló gépek is vezérelhetők, miáltal a nagy körütekintést igénylő mérés a korábbinál megbízhatóbban hajtható végre. Nyitott kérdés azonban továbbra is, hogy a mérési adatokból milyen módszerrel számítsuk ki a vizsgált anyag tulajdonságát jellemző rugalmassági modulusokat. Erre mutatunk be egy, a gyakorlatban alkalmazott és bevált eljárást.

1. Kiszámítjuk a  $\sigma$ - $\epsilon$  burkológörbe mérési pontjaira fektetett regressziós,  $y = -a \cdot x^2 + b \cdot x$  alakú, origón átmenő másodfokú parabola  $a$  és  $b$  együtthatóját.

$$E_0 = 1000 \cdot b$$

2. Kezdeti rugalmassági modulus:

$$E_D^{0,6} = 1000 \cdot \frac{y^{0,6\text{törő}}}{x^{0,6\text{törő}}}$$

3. Húr vagy alakváltozási modulus:

$$E_T^{0,6} = 1000 \cdot b - 2000 \cdot a \cdot x^{0,6\text{törő}}$$

4. Érintő modulus:

ahol:

$$x^{0,6\text{törő}} = \frac{b}{2 \cdot a} - \sqrt{\frac{b^2}{4 \cdot a^2} - \frac{y^{0,6\text{törő}}}{a}}$$

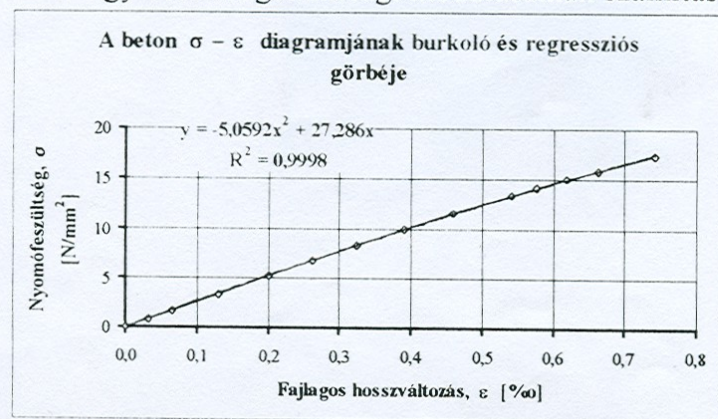
5. Tehermentesítési rugalmassági modulusok, a  $\sigma_{0,05 \cdot H} = 0,05 \cdot H$  értékű tehermentesítési alsó pontot megelőző leszállóág és követő felszállóág iránytangenseinek átlagaként:

$$E_b^{0,3} = 500 \cdot \left[ \frac{0,3 \cdot H - 0,05 \cdot H}{\epsilon^{0,3\%} - \epsilon_{m,0,05\%}^{0,3}} + \frac{0,4 \cdot H - 0,05 \cdot H}{\epsilon^{0,4\%} - \epsilon_{m,0,05\%}^{0,3}} \right]$$

$$E_b^{0,6} = 500 \cdot \left[ \frac{0,6 \cdot H - 0,05 \cdot H}{\epsilon^{0,6\%} - \epsilon_{m,0,05\%}^{0,6}} + \frac{0,7 \cdot H - 0,05 \cdot H}{\epsilon^{0,7\%} - \epsilon_{m,0,05\%}^{0,6}} \right]$$

ahol:  $H$  az alakváltozás-mérés nélkül törésig terhelt hasábok hasábszilárdsága,  $\text{N/mm}^2$

Példa egy beton rugalmassági modulusainak számítására:



Rug. mod. [ $\text{N/mm}^2$ ]	
$E_0$	= 27286
$E_D^{0,6}$	= 24809
$E_T^{0,6}$	= 22332
$E_b^{0,3}$	= 26050
$E_b^{0,6}$	= 25756

## Rugalmassági modulus

Anyag megnevezése	Rugalmassági modulus N/mm <sup>2</sup>	Irodalmi forrás
<b>ACÉL</b>		
<b>Betonacél, B 37 és B 52 minőségű</b> (szakítószilárds.) Hőmérséklet [°C] esetén:		<b>Palotás László: Mérnöki szerkezetek anyagtana. 2. kötet. 1979. p. 370.</b>
20	210.000	
100	205.000	
200	193.000	
300	185.000	
400	175.000	
Melegen hengerelt betonacél	206.000	<b>MSZ 15022-1:1986</b> <b>Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. 1. rész: Vasbeton szerkezetek</b>
Feszítőhuzalok és pászmák	195.000	<b>MSZ 15022-2:1986</b> <b>Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. 2. rész: Feszített vasbeton szerkezetek</b>
<b>ALUMÍNIUM</b>		
Alumínium	70.000	<b>Palotás László: Mérnöki szerkezetek anyagtana. 2. kötet. pp. 432, 435.</b>
<b>BETON</b>		
<b>Beton, nyomási kezdeti rugalmassági modulus</b> C 10 C 16 C 20 C 25 C 30 C 40 C 55	24.900 27.400 28.800 30.500 31.900 34.500 37.800	<b>MSZ 15022-1:1986</b> <b>Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. 1. rész: Vasbeton szerkezetek</b>
<b>Beton, nyomási rugalmassági modulus</b>  E <sub>0</sub> kezdeti E <sub>b</sub> tehermentesítési E <sub>D</sub> húr E <sub>T</sub> érintő	26.200 – 31.000 24.000 – 25.300 21.800 – 25.700 16.300 – 20.200	<b>Fenyves Hedvig – Kausay Tibor: Előregyártott közönséges és feszített vasbeton tartók betonjának rugalmassági modulusa. Építőanyag. 1982. 3. szám. pp. 86-98.</b>



Anyag megnevezése	Rugalmassági modulus N/mm <sup>2</sup>	Irodalmi forrás
MŰANYAG		
Polipropilén szál Fibrin Politon (magyar)	< 18.000 6.000	Szálerősítésű betonok. A fib konferencia kiadványa. Budapest, 1999.
Poliakrilnitril szál	17.000 – 20.000	
Aramid (Poliaramid) szál	50.000 – 150.000	
NÖVÉNY		
<b>Fa</b> hajlító-húzási rugalmassági modulusa, rostokkal párhuzamos Hárs, nyár Erdei-, jegenye-, lucfenyő Tölgyfa Kőris, akác, vörösfenyő Nyír, bükk	7.000 – 8.000 10.000 – 10.500 11.500 12.000 – 12.500 14.000 – 14.500	Palotás László: Mérnöki szerkezetek anyagtana. 2. kötet. 1979. pp. 92.
<b>Fa</b> hajlító-húzási rugalmassági modulusa, rostokkal párhuzamos (nedvességtartalom függvényében)	5.555 (n=26 tömeg%) átszámítva: 7.111 (n=12 tömeg%)	Mérési eredmények egyike laboratóriumi gyakorlaton. (BME Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék)
Cellulóz szál	5.000 – 40.000	Szálerősítésű betonok. A fib konferencia kiadványa. Budapest, 1999.
ÜVEG		
E-üveg	72.000 – 80.000	Szálerősítésű betonok. A fib konferencia kiadványa. Budapest, 1999.
AR-üveg (alkáliáknak ellenálló üveg)	78.000 – 80.000	
ÁSVÁNY		
Azbeszt szál	164.000	Szálerősítésű betonok. A fib konferencia kiadványa. Budapest, 1999.
Szén szál (mesterséges)	150.000 – 300.000 illetve: 30.000 – 400.000	
Szilícium-karbid (SiC) szál	100.000 – 400.000	

# Poisson-féle (haránt-alakváltozási)

te'nyező:

$$\nu = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_h} = \frac{1}{m}$$

Poisson-féle szám:

$$m = \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_k} = \frac{1}{\nu}$$

	$\nu$ (Nü)
beton	0,167
üveg	0,245
acél	0,270
alum	0,400
kaucsuk	0,500

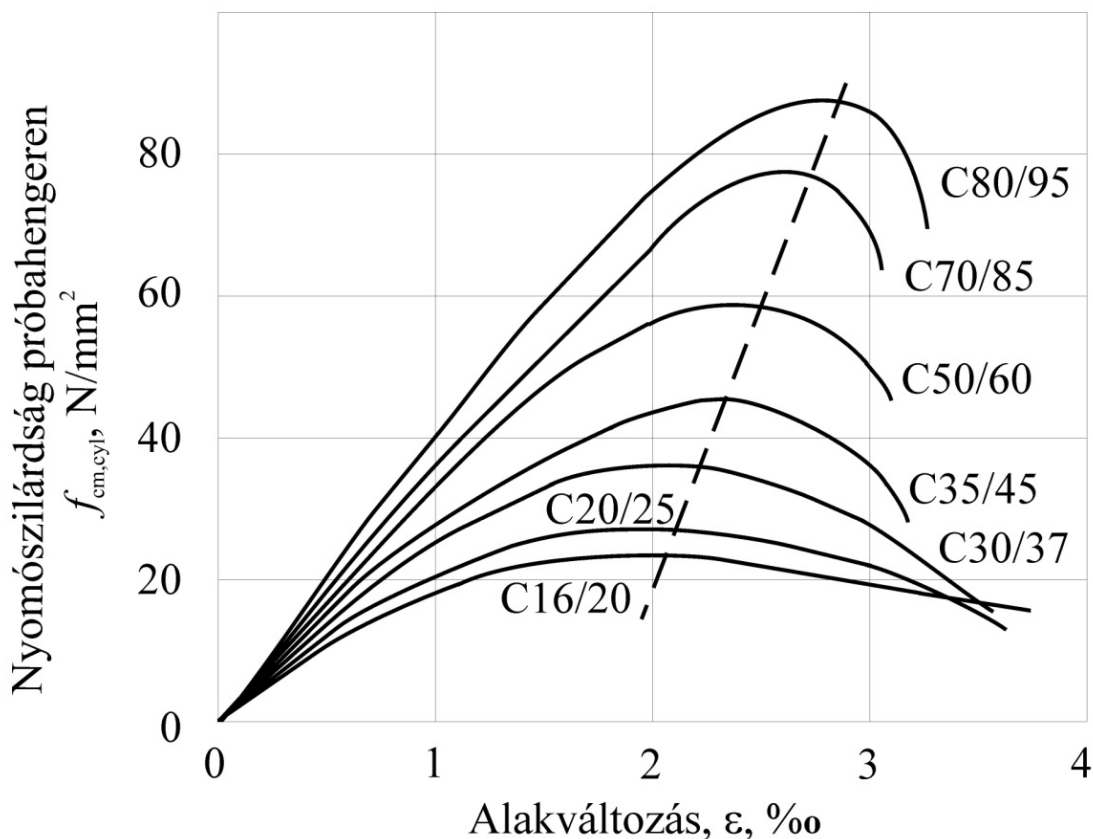
$\nu$  = tart a  
0,5-kozt  
a folyadekok  
seten e

$\nu$  = tart a ve-  
nushoz a  
nagyvialard-  
sagut anyagok  
seten

$\varepsilon_k$  = keresztirányú fajlagos alakváltozás

$\varepsilon_h$  = hosszirányú fajlagos alakváltozás





Összefüggés a beton nyomószilárdsági osztálya és a  $\sigma$ – $\epsilon$  görbe alakja között (P. Grübl – H. Weigler – S. Karl: „Beton. Arten, Herstellung und Eigenschaften” Ernst & Sohn. Berlin, 2001.)

A tehermentesítési rugalmassági modulus ( $E_b$ ) valamely, a  $\sigma$ – $\epsilon$  görbe lineáris szakaszán kívül végzett tehermentesítés és újra terhelés folytán keletkező hiszterézis hurok felszálló ága érintőjének iránytangense az  $\sigma$ – $\epsilon$  görbe és a hurok metszéspontjában vagy a hiszterézis hurok átlója hajlásszögének iránytangense. Beton esetén az értékét a  $\sigma$ – $\epsilon$  görbe  $\sigma/\sigma_t = 0,3$  vagy  $0,6$  relatív feszültséghez tartozó pontjában szokták meghatározni, ahol  $\sigma_t$  a törőszilárdságot (hasábszilárdságot) jelenti. A  $\sigma$ – $\epsilon$  görbe lineáris szakaszán belül azonos a kezdeti rugalmassági modulussal.

Az *érintő-modulus* ( $E_T$ ) valamely, a  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe lineáris szakaszán kívül eső – például  $\sigma/\sigma_t = 0,6$  relatív feszültséget ébresztő – terhelési értéket megelőző és követő teherből számítható feszültségek különbségének és ezekhez a feszültségekhez tartozó alakváltozások különbségének a hányadosa,  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe érintőjének iránytangense. A  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe lineáris szakaszán belül azonos a kezdeti rugalmassági modulussal. A rugalmassági modulus egyik fajtája.

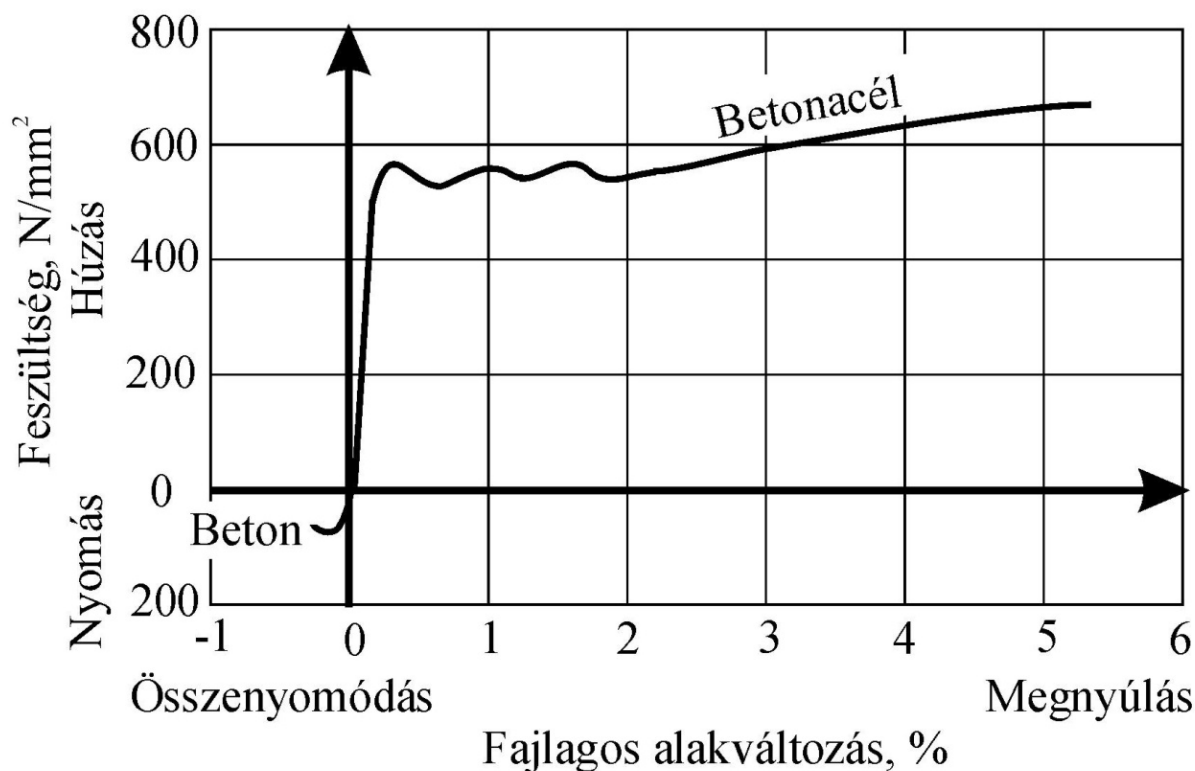
A *húr-modulus* ( $E_D$ ) a  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe valamely, a lineáris szakaszon kívül eső pontját és a koordinátarendszer  $\varepsilon = 0$  és  $\sigma = 0$  pontba helyezett origóját összekötő egyenes iránytangense. *Alakváltozási modulusnak* is nevezik ( $E_{\text{alakváltozási}}$ ). Értékét beton esetén a  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe  $\sigma/\sigma_t = 0,6$  relatív feszültséghez tartozó pontjában szokták meghatározni. A  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbe lineáris szakaszán belül azonos a kezdeti rugalmassági modulussal. A rugalmassági modulus egyik fajtája. Angol megnevezése: secant modulus.

A nemzetközi és az európai szabványok a  $\sigma/\sigma_t = 0,3$  relatív feszültséghez tartozó ponthoz tartozó *tehermentesítési rugalmassági modulus* – amelyet *húr-modulusnak* neveznek – tekintik a beton statikai (statikus) nyomási rugalmassági modulusának (MSZ ISO 6784:1993, MSZ EN 12390-13:2014, MSZ EN 13412:2007).

# Kavicsbeton rugalmassági modulusa

(MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány 3.1. táblázata)

$f_{ck,cyl}$ [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{cm,cyl}$ [Mpa]	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$E_{cm,cyl}$ [Gpa]	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44



A beton és a melegen hengerelt betonacél  $\sigma$ – $\varepsilon$  görbéjének viszonylagos elhelyezkedése

A beton  $\varepsilon_0$  pillanatnyi alakváltozásának,  $\varepsilon_{zs}$  zsugorodásának és tartós terhelés okozta  $\varepsilon_{kúszás}$  kúszásának együttesét a beton  $\varepsilon_t$  *tartós alakváltozásának* nevezzük:

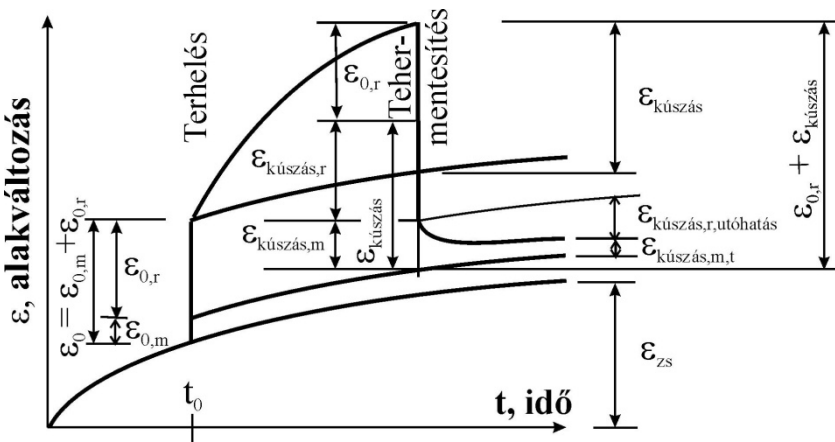
$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \varepsilon_{zs} + \varepsilon_{kúszás}$$

A 138. ábrán a kúszás folyamata látható az idő függvényében. Ha a megterhelt betont bizonyos idő elteltével tehermentesítjük, akkor az nem nyeri vissza eredeti alakját, mert a tartós alakváltozás ( $\varepsilon_t$ ) egy része maradó alakváltozás ( $\varepsilon_{t,m}$ ), amely a zsugorodásból ( $\varepsilon_{zs}$ ), a terhelés okozta pillanatnyi alakváltozás ( $\varepsilon_0$ ) maradó részéből ( $\varepsilon_{0,m}$ ) és a kúszás maradó alakváltozásából ( $\varepsilon_{kúszás,m}$ ) tevődik össze:

$$\varepsilon_{t,m} = \varepsilon_{zs} + \varepsilon_{0,m} + \varepsilon_{kúszás,m}$$

Tehermentesítés után, az idő folyamán a kúszás maradó alakváltozásának egy része rugalmasan visszaalakul, – ezt a *kúszás rugalmas utóhatásának* nevezik ( $\varepsilon_{kúszás,r,utóhatás}$ ) – ezért a *tartós alakváltozás maradó részének végértéke*:

$$\varepsilon_{t,m,\infty} = \varepsilon_{zs} + \varepsilon_{0,m} + \varepsilon_{kúszás,m} - \varepsilon_{kúszás,r,utóhatás}$$





## Kúszás

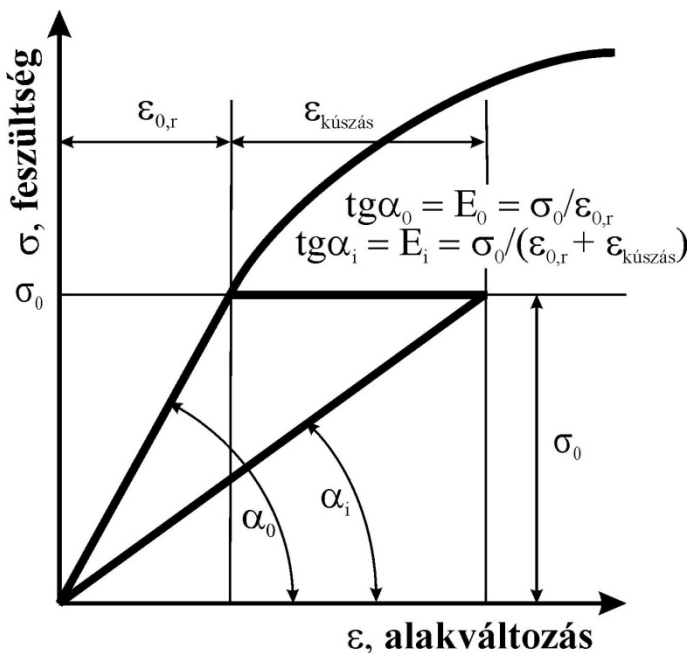
A kúszás kisebb tartós teher ( $\leq 0,45 \cdot f_{ck,cyl}$ ) esetén a feszültséggel arányosnak tekinthető, és a kúszásra is érvényes a *Hooke*-féle törvény. Nagyobb tartós teher ( $> 0,45 \cdot f_{ck,cyl}$ ) esetén a lineáristól való eltérést figyelembe kell venni (MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány 3.1.4. szakaszának (4) bekezdése).

Ha a kúszást lineárisnak tekintjük, akkor tartós terhelés esetén a feszültség–alakváltozás ( $\sigma$ – $\varepsilon$ ) diagramban az  $E_0$  kezdeti rugalmassági modulus helyébe az  $E_i$  *ideális rugalmassági modulus* lép:

$$E_i = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_{0,r} + \varepsilon_{kúszás}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_{0,r}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_{kúszás}}{\varepsilon_{0,r}}} = E_0 \cdot \frac{1}{1 + \varphi_t}$$

és

$$\sigma_0 = E_0 \cdot \varepsilon_{0,r} = E_i \cdot (\varepsilon_{0,r} + \varepsilon_{kúszás})$$



Ideális rugalmassági modulus

A *kúszási tényező* vagy kúszási mérték ( $\varphi_t$ ) a terhelés okozta pillanatnyi rugalmas alakváltozásra ( $\varepsilon_{0,r}$ ) vonatkoztatott kúszással ( $\varepsilon_{\text{kúszás}}$ ) egyenlő:

$$\varphi_t = \varepsilon_{\text{kúszás}} / \varepsilon_{0,r}$$

Az  $1/(1+\varphi_t)$  tényező egynél kisebb szám, tehát a kúszás olyan folyamat, amely a rugalmassági modulust és például a hajlítási merevséget ( $E_i I$ ) időben csökkenti – ahol  $I$  az inercianyomaték jele –, így a hajlított tartók időbeni lehajlását növeli, tehát kedvezőtlen jelenség.

Az MSZ 15022-1:1986 szabvány a C 10 – C 55 közötti beton nyomószilárdsági tartományban az 72. táblázat szerinti kúszási tényező alapértékek ( $\varphi_0$ ) alkalmazásával 7100–18900 N/mm<sup>2</sup> közötti  $E_i$  ideális beton rugalmassági modulussal (tartós teherhez tartozó  $E_b$  hatásos beton alakváltozási tényezővel) számolt, miközben e betonok  $E_{b0}$  kezdeti rugalmassági modulusát 24900 – 37800 N/mm<sup>2</sup> közötti értékben adta meg.

# A kúszási tényező alapértéke a visszavont MSZ 15022 szabványsorozatban és az MSZ 15227 szabványban

Nyomószilárdsági osztály, MSZ 4719	C4	C6	C8	C10	C12	C16	C20
$\varphi_0$ , kúszási tényező alapértéke, MSZ 15022	3,3	2,95	2,7	2,5	2,35	2,1	1,9
Kúszási tényező, MSZ 15227	–	2,5	2,2	2,0	1,8	1,6	1,4

Nyomószilárdsági osztály, MSZ 4719	C25	C 30	C35	C40	C45	C50	C55
$\varphi_0$ , kúszási tényező alapértéke, MSZ 15022	1,7	1,55	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0
Kúszási tényező, MSZ 15227	1,2	1,0	–	–	–	–	–

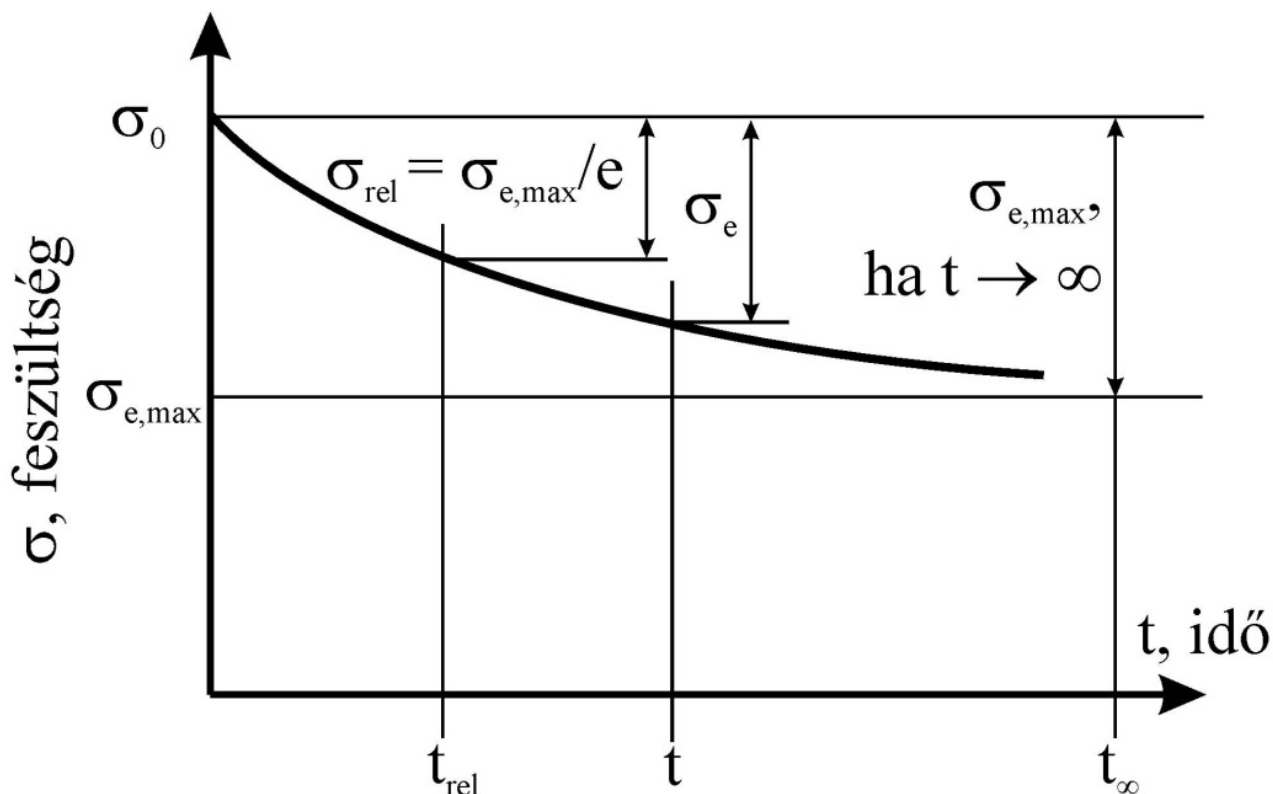


A bal oldali fénykép a BME Építőanyagok Tanszékén, a jobb oldali fénykép az egykori SZIKKTI Betonosztályán készült valamikor az 1980-as években.



## Ernyedés, relaxáció, feszültségveszteség. Feszítőacél ernyedése

Az ernyedés ( $\sigma_e$ ) vagy más szóval relaxáció tulajdonképpen a kúszás „inverze”. Azt a feszültségcsökkenést – beton esetén nyomófeszültség-, feszítőacél esetén húzófeszültség-csökkenést – (ernyedést) jelenti, amely a tartós terhelés okozta alakváltozás (kúszás) állandó értéken tartásához szükséges. Azt az időt, amely alatt az ernyedés végértékének ( $\sigma_{e,\max}$ ) bizonyos hányada ( $\sigma_{\text{rel}}$ ) bekövetkezik, ernyedési (relaxációs) időnek ( $t_{\text{rel}}$ ) hívják, értéke igen nagy szám.



### Ernyedés

(Palotás – Balázs: Mérnöki szerkezetek anyagtana. 3. kötet. Akadémiai Kiadó. Budapest, 1980.)

# HIVATKOZOTT SZABVÁNYOK

ASTM C 39:2014	Standard Test Method for Compressive Strength of Cylindrical Concrete Specimens
ASTM C 1231:2015	Standard Practice for Use of Unbonded Caps in Determination of Compressive Strength of Hardened Cylindrical Concrete Specimens
MSZ 4715-4:1972	A megszilárdult beton vizsgálata. Mechanikai tulajdonságok roncsolásos vizsgálata
MSZ 4719:1982	Betonok. Visszavont szabvány
MSZ 15022-1:1986	Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. 1. rész: Vasbeton szerkezetek. Visszavont szabvány
MSZ 15022-2:1986	Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. 2. rész: Feszített vasbeton szerkezetek. Visszavont szabvány
MSZ 15227:1980	Vízépítési műtárgyak vasbeton szerkezeteinek erőtani tervezése Visszavont szabvány
MSZ EN 1992-1-1:2010	Eurocode 2: Betonszerkezetek tervezése. 1-1. rész: Általános és az épületekre vonatkozó szabályok
MSZ EN 12390-3:2009	A megszilárdult beton vizsgálata. 3. rész: A próbatestek nyomószilárdsága
MSZ EN 12390-13:2014	A megszilárdult beton vizsgálata. 13. rész: A nyomási rugalmassági húrmódulus meghatározása
MSZ EN 13369:2013	Előregyártott betontermékek általános szabályai
MSZ EN 13412:2007	Termékek és rendszerek a betonszerkezetek védelmére és javítására. Vizsgálati módszerek. A nyomási rugalmassági modulus meghatározása
MSZ ISO 6784:1993	Beton. A statikus rugalmassági modulus meghatározása nyomásra. Visszavont szabvány